

Geradengleichungen und lineare Funktionen

Aufgabensammlung 1

Mit ausführlichen Lösungen

Zeichnen von Geraden in vorgefertigte Koordinatensysteme

Aufstellen von Geradengleichungen

Schnitt von Geraden

Die Aufgaben wurden dem Text 20010 entnommen

Stand: 2. Juli 2010

Datei Nr. 20011

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Diese Sammlung von Aufgaben zum Thema Geradengleichungen ist eine Auskopplung aus dem Text 20010, in dem die Methoden zum Lösen dieser Aufgaben ausführlich besprochen werden.

Die Lösungen zu diesen Aufgaben stehen hier ab Seite 25 bis 68.

Eine weitere große Sammlung von Aufgaben ist der Text 20050. Dort werden Geradengleichungen im Zusammenhang mit Dreiecken und Vierecken verwendet.

Im demnächst erscheinenden Text 20012 werden Aufgaben zur Anwendung von Geradengleichungen gezeigt.

Torgelow am See, 2. Juli 2010

Aufgabe 1

Berechne Lösungspaare zu den Gleichungen

a) $y = x - 1$ b) $y = -2x + 4$ c) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

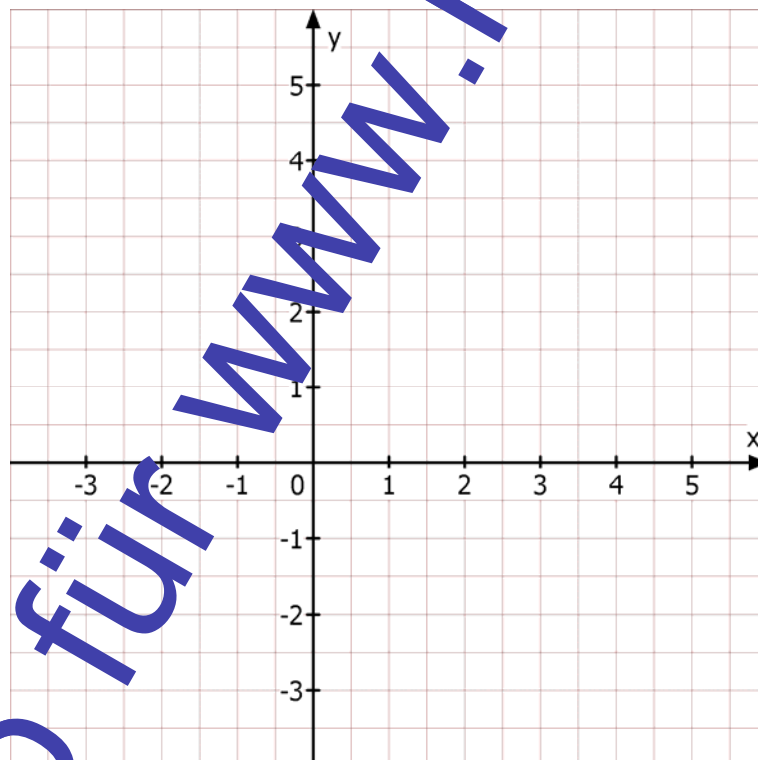
Verwende für x dazu die Zahlen aus dieser Menge: $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Stelle dann die Lösungspaare als Punkte in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar

Und zeichne die zugehörigen Geraden ein.

Lösung:

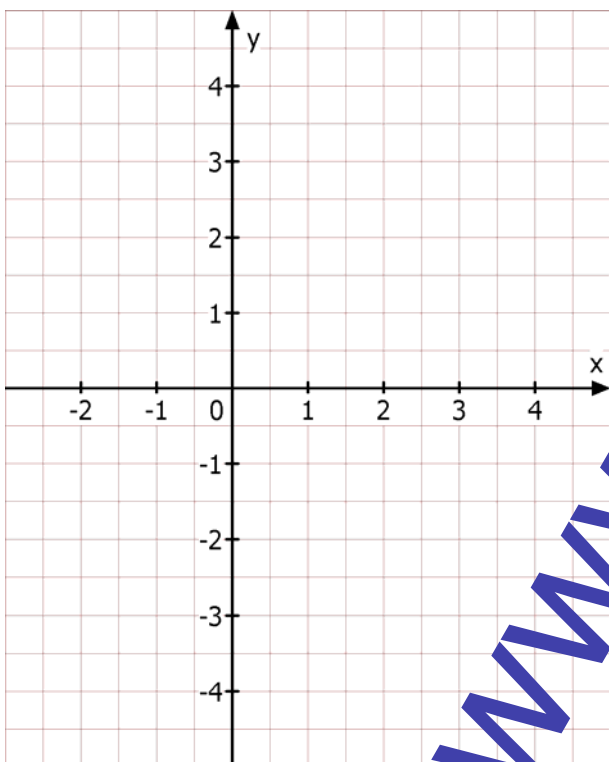
	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$
$y = x - 1$								
$y = -2x + 4$								
$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$								



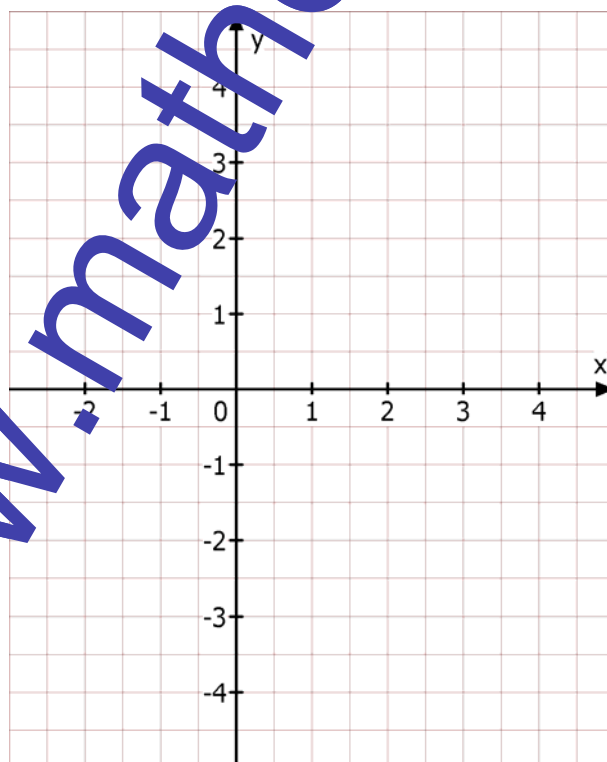
Aufgabe 2

- a) g: $y = -2x + 4$ und h: $y = \frac{1}{2}x + 1$
k: $y = x - 3$ und l: $y = -3x + 2$
- b) g: $y = \frac{3}{4}x - 2$ und h: $y = -\frac{4}{3}x$
g: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ und h: $y = \frac{5}{2}x$

Für a)



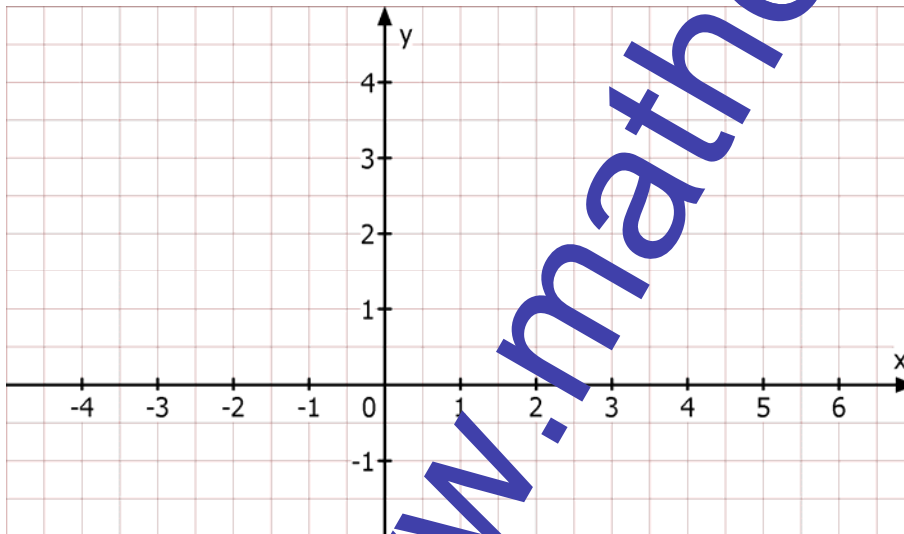
Für b)



Aufgabe 3

Gegeben ist die Gerade g durch die Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

- Prüfe nach, welche der Punkte auf g liegen: $A(3 | \frac{1}{2})$, $B(6 | 5)$ und $C(-1 | 1)$.
- Berechne die fehlenden y -Koordinaten von $D(6 | ?)$, $E(0 | ?)$ und $F(\frac{1}{4} | ?)$, damit sie auf g liegen.
- Berechne die fehlenden x -Koordinaten von $G(? | 8)$, $H(? | \frac{3}{2})$ und $I(2 | ?)$, damit sie auf g liegen.
- Trage 5 Punkte von g in ein geeignetes Koordinatensystem ein und zeichne g .



Aufgabe 4

Gegeben ist die Gerade g durch $y = 4x - 5$.

- Prüfe nach, welche der Punkte auf g liegen: $A(-1 | 1)$, $B(-2 | -13)$ und $C(\frac{3}{2} | 1)$.
- Berechne die fehlenden y -Koordinaten von $D(2 | ?)$, $E(0 | ?)$ und $F(\frac{3}{4} | ?)$, wenn sie auf g liegen.
- Berechne die fehlenden x -Koordinaten von $G(? | 7)$, $H(? | -\frac{1}{2})$ und $I(? | -9)$, wenn sie auf g liegen.

Aufgabe 5

Gegeben ist die Gerade g durch $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$.

- Prüfe nach, welche der Punkte auf g liegen: $A(1 | 2)$, $B(-2 | \frac{1}{3})$ und $C(\frac{1}{2} | 2)$, wenn sie auf g liegen.
- Berechne die fehlenden y -Koordinaten von $D(-2 | ?)$, $E(0 | ?)$ und $F(9 | ?)$, wenn sie auf g liegen.
- Berechne die fehlenden x -Koordinaten von $G(? | -\frac{1}{3})$, $H(? | -\frac{1}{2})$ und $I(? | \frac{19}{6})$.

Aufgabe 6

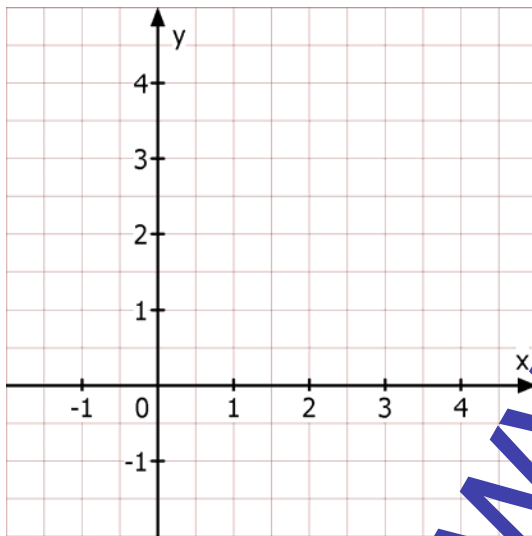
Gegeben sind die Geraden g mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ und h durch $y = 2x + 1$.

- Auf g liegen die Punkte $A(3 | y)$ und $B(x | 4)$. Berechne x und y .
- Liegen $C(2 | 3)$ oder $D(-\frac{3}{2} | -\frac{5}{2})$ auf h ?
- Zeige, dass der Schnittpunkt von g und h die x -Koordinate 1 hat. Berechne S .

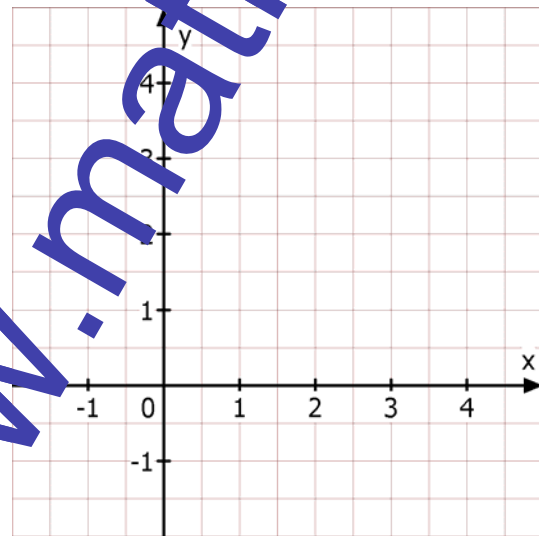
Aufgabe 7

Erstelle eine Wertetafel und zeichne die folgenden Geraden

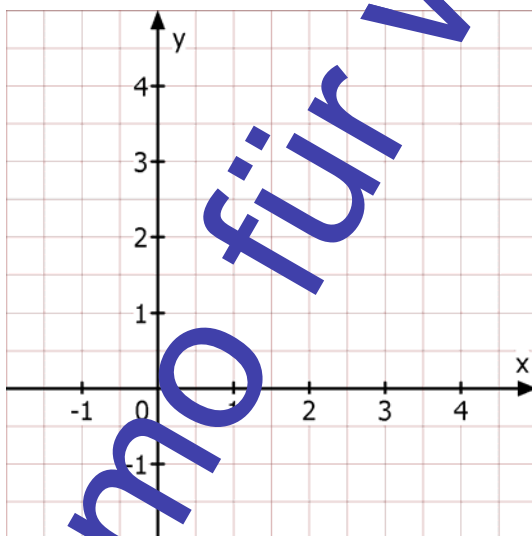
a) $y = -x$



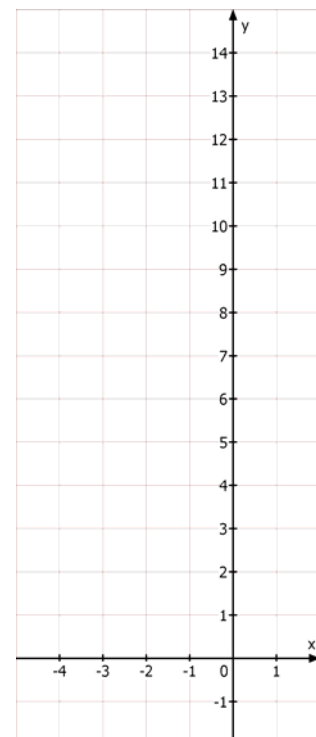
b) $y = \frac{3}{2}x$



c) $y = -\frac{2}{3}x$



d) $y = 3x$



Aufgabe 8

Schreibe die Schnittpunkte der Geraden mit der y-Achse als Punkt in der Form „S(4|-2)“ auf.

a) $y = 3x + 6$

b) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{7}$

c) $y = 5 - 2x$

d) $x + y = 4$

e) $2x - 4y = 8$

f) $3x - 5y + 6 = 0$

Aufgabe 9

Welche Steigungen haben diese Geraden:

a) $y = 3x + 6$

b) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{7}$

c) $y = 5 - 2x$

d) $x + y = 4$

e) $2x - 4y = 8$

f) $3x - 5y + 6 = 0$

Zeichne die Geraden mit diesen Gleichungen.

Aufgabe 10

g₁: $y = 4x - 5$

g₂: $y = \frac{3}{4}x - 2$

g₃: $y = -x + 1$

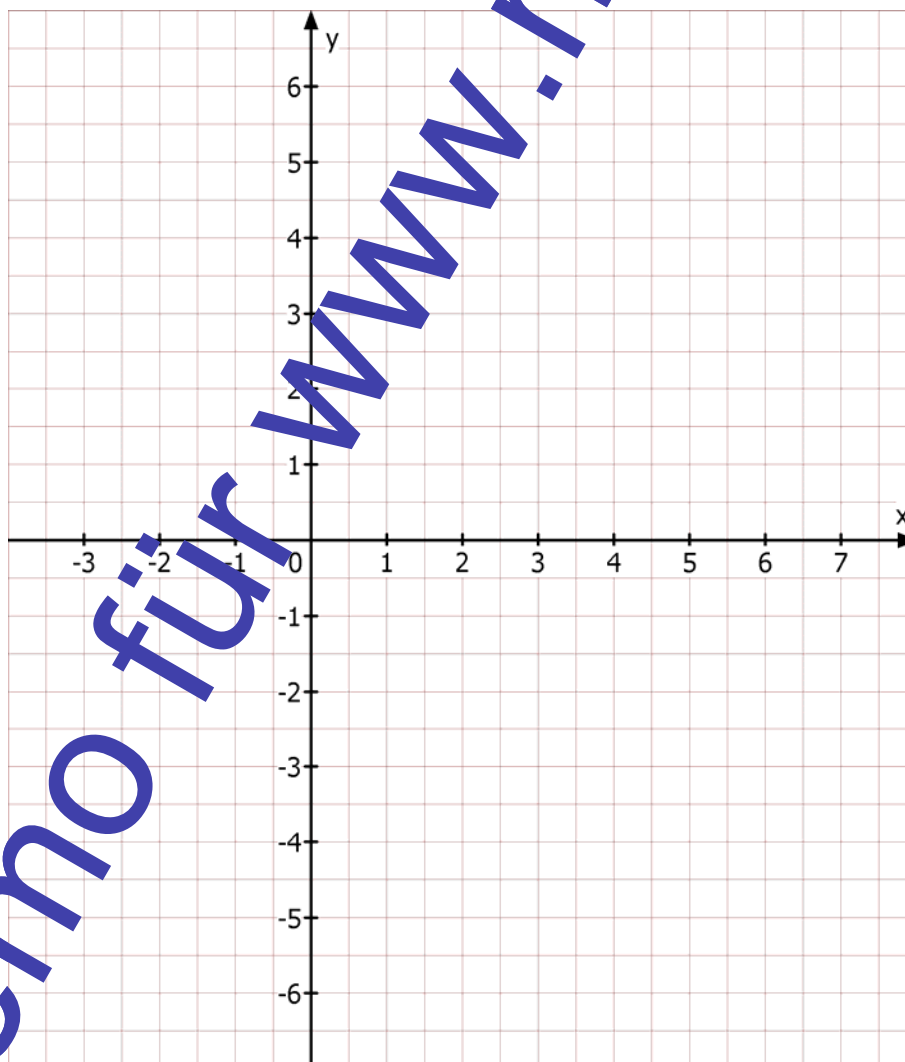
g₄: $y = 2x$

g₅: $y = 6 - 3x$

g₆: $y = 2 - \frac{3}{7}x$

g₇: $x + y = 3$

g₈: $y = 4,2$



Aufgabe 11

$$g_1: y = x - 2$$

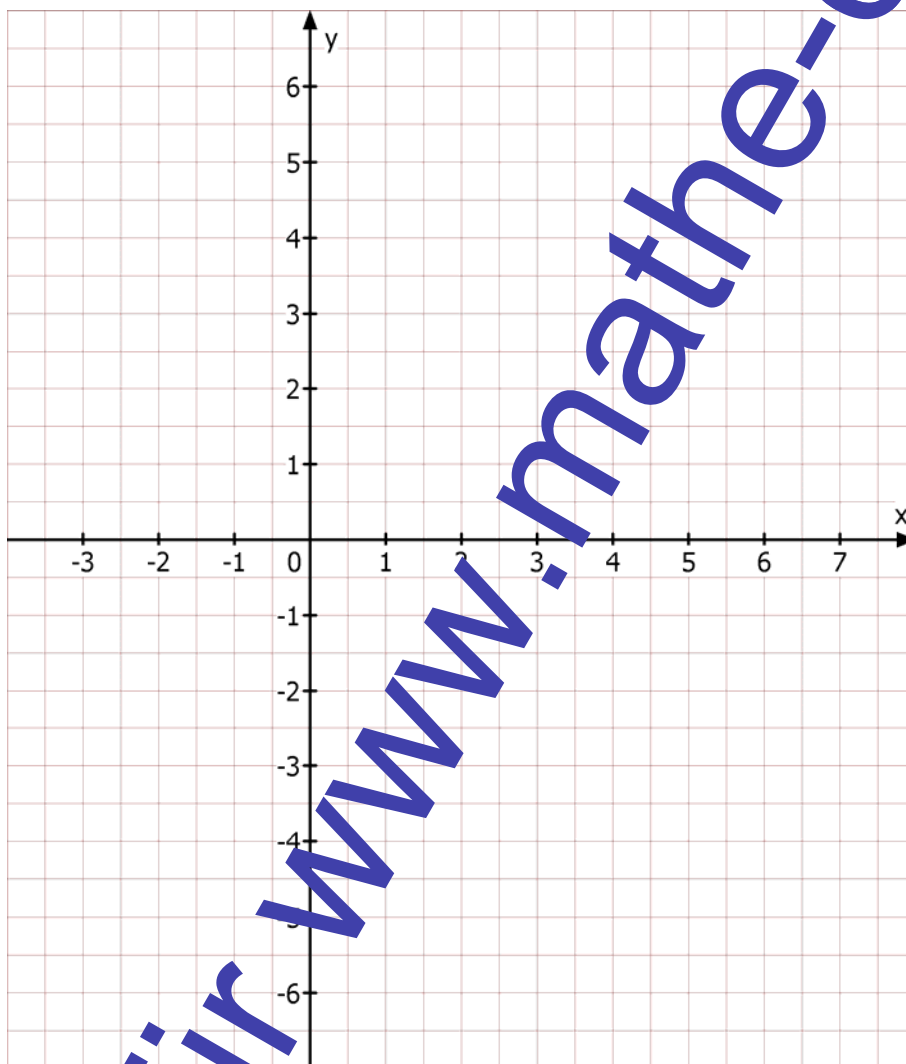
$$g_2: y = -2x + 3$$

$$g_3: y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$g_4: y = -\frac{1}{3}x + 4$$

$$g_5: y = -\frac{5}{2}x$$

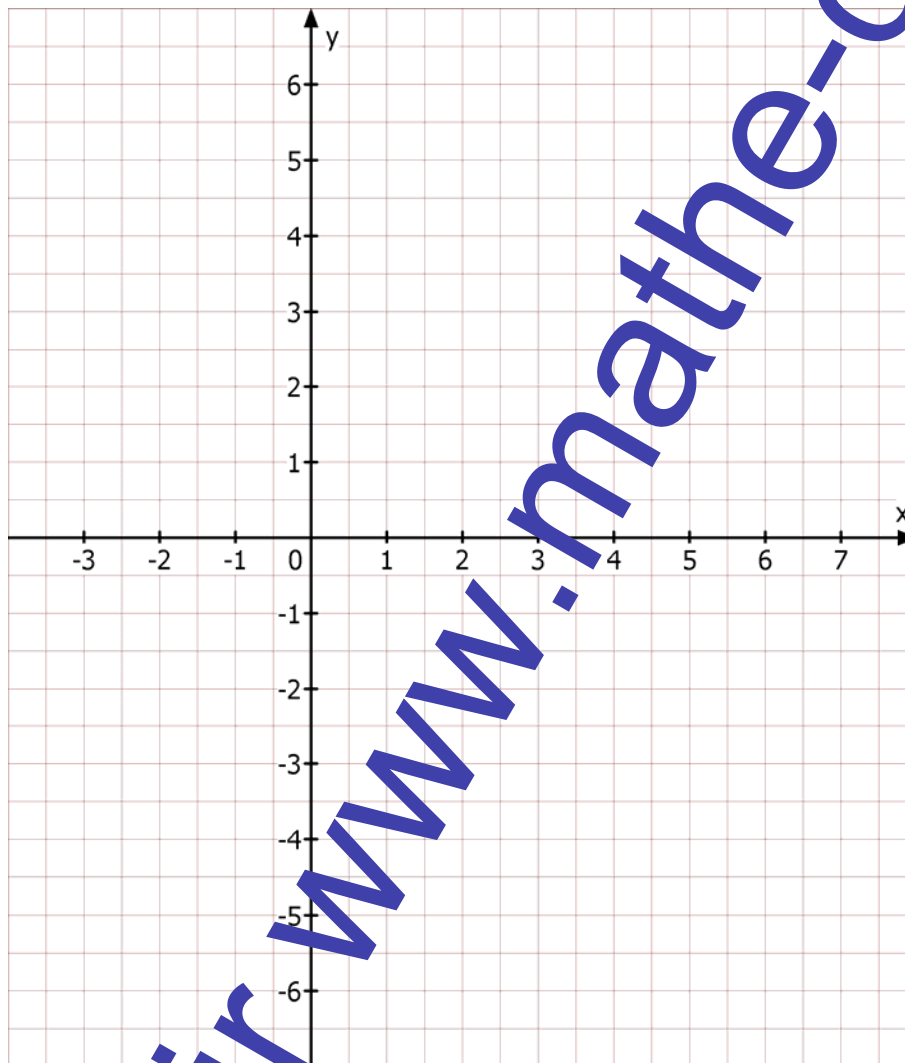
$$g_6: y = 3$$



Aufgabe 12

$$g_1: y = \frac{3}{7}x - 2 \quad g_2: y = -\frac{3}{11}x + 4 \quad g_3: y = \frac{13}{8}x$$

$$g_4: y = -\frac{4}{5}x - \frac{1}{2} \quad g_5: x = -\frac{6}{5} \quad g_6: y = -4$$



Aufgabe 13

Berechne hier zuerst einen geeigneten Startpunkt für die Zeichnung.

(„geeignet“ soll heißen: „der auf dem Zeichenblatt liegt oder exakt ablesbare Koordinaten hat.

Beide Achsen von -6 bis 6 .)

$$g_1: y = 12x - 18$$

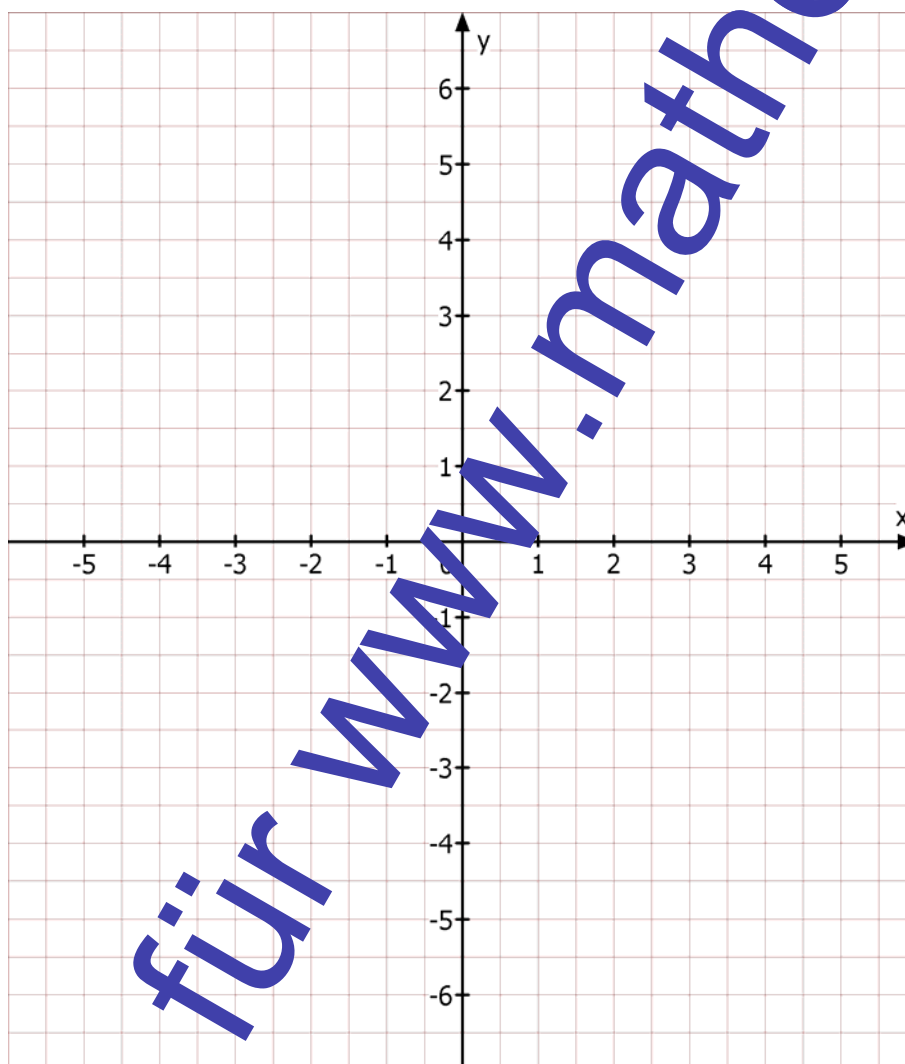
$$g_2: y = -24x + 10$$

$$g_3: y = \frac{5}{7}x + \frac{4}{7}$$

$$g_4: y = -\frac{8}{13}x + \frac{21}{13}$$

$$g_5: y = 12x + 12$$

$$g_6: y = \frac{29}{15}x - \frac{9}{5}$$



Aufgabe 14

Setze die folgenden Werte von a , b und c in die Gleichung $ax + bx + c = 0$ ein und gib an, ob es sich dann um eine Gerade handelt. Zeichne diese Gerade dann.

a) $a = 2, b = 5, c = 10$

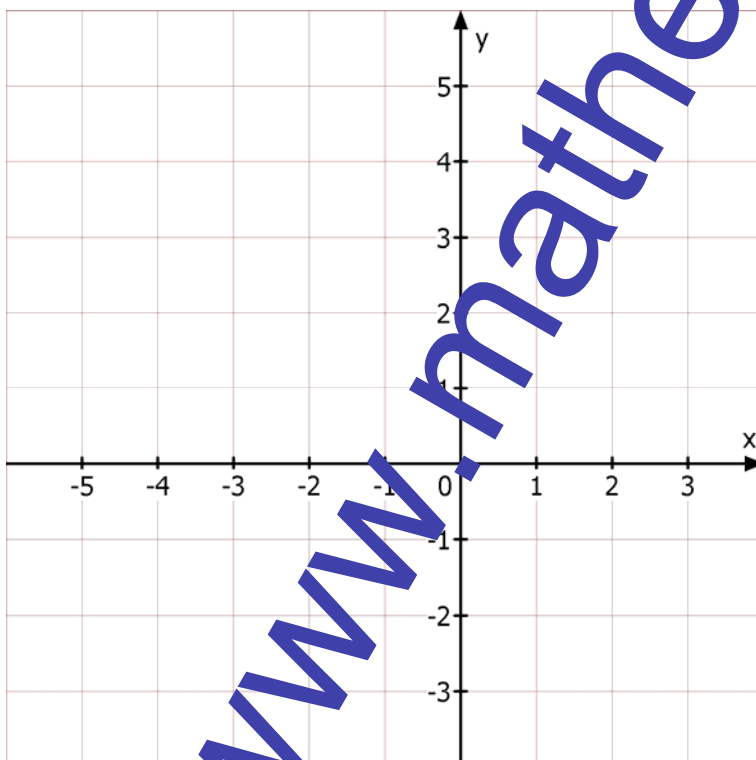
b) $a = 1, b = 1, c = -5$

c) $a = 2, b = 0, c = 8$

d) $a = 0, b = 1, c = 1$

e) $a = 0, b = 0, c = 2$

f) $a = b = c = 0$.



Aufgabe 15

Stelle die folgenden Gleichungen um, bestimme die Lage der zugehörigen Geraden und zeichne sie in ein gemeinsames Achsenkreuz:

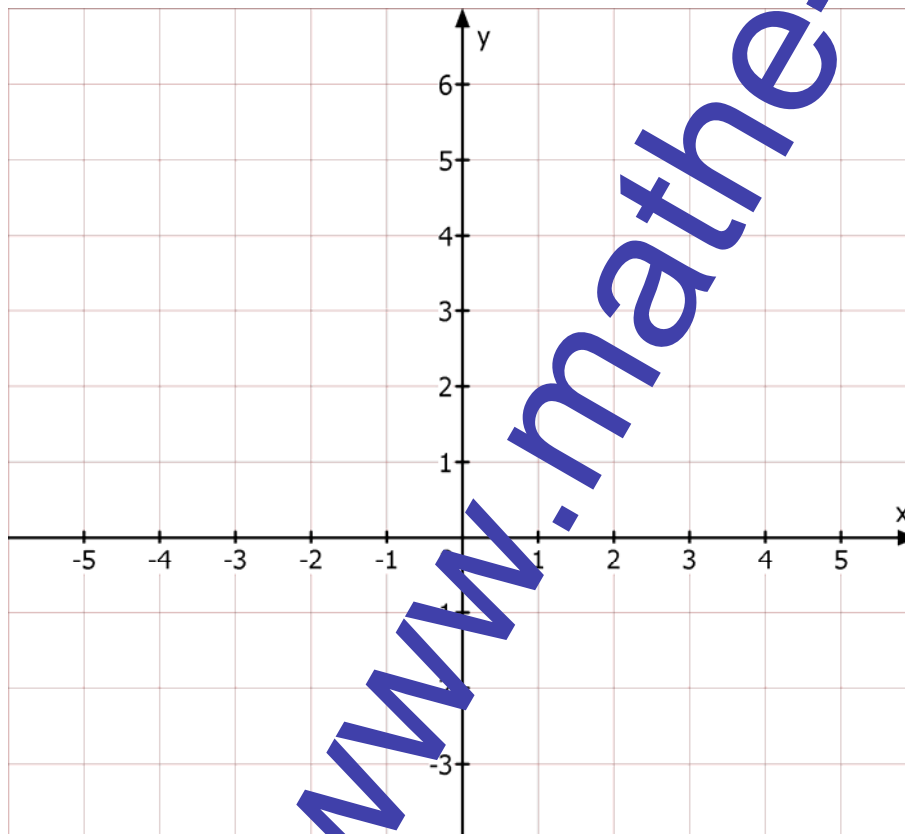
$$g_1: x - 2y + 6 = 0$$

$$g_2: 3x + 2y + 2 = 0$$

$$g_3: -x + 4y - 0 = 0$$

$$g_4: 2y - 7 = 0$$

$$g_5: 5x - 12 = 0$$

**Aufgabe 16**

Prüfe nach, welche der Punkte $A(-3|-13)$, $B(5|8)$, $C(5|-8)$, $D(1|7)$, $E(2|2)$, $F(-\frac{5}{13}|\frac{1}{13})$ auf welchen dieser drei Geraden liegen:

$$g: y = 3x - 4,$$

$$h: y = 5x + 2,$$

$$k: y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

Aufgabe 17 Es geht jetzt um das Erkennen dieser Eigenschaften

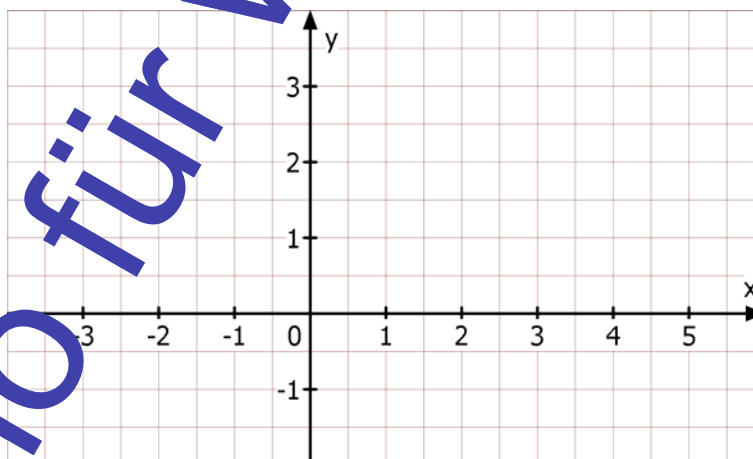
- Geraden sind parallel zueinander
- Geraden schneiden die y-Achse an derselben Stelle
- Geraden sind Ursprungsgeraden
- Geraden sind parallel zur x-Achse
- Geraden sind parallel zur y-Achse
- Geraden sind parallel zur 1. oder 2. Winkelhalbierenden

Welche der genannten Eigenschaften haben die folgenden 9 Geraden?

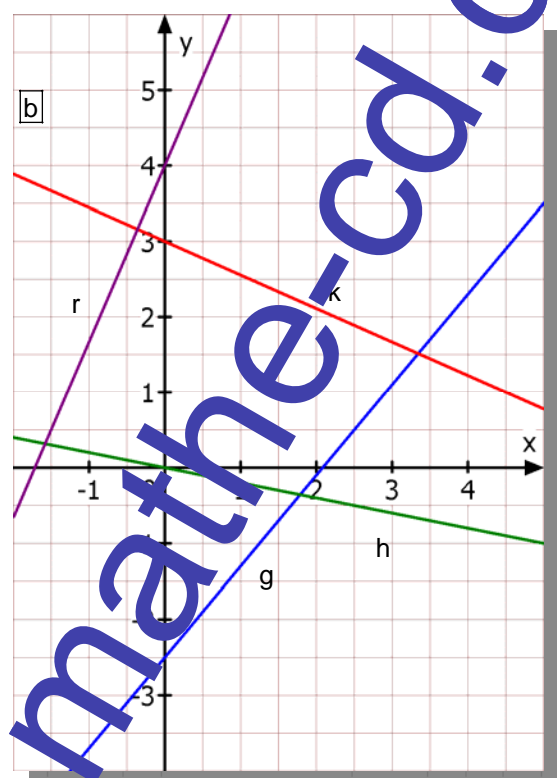
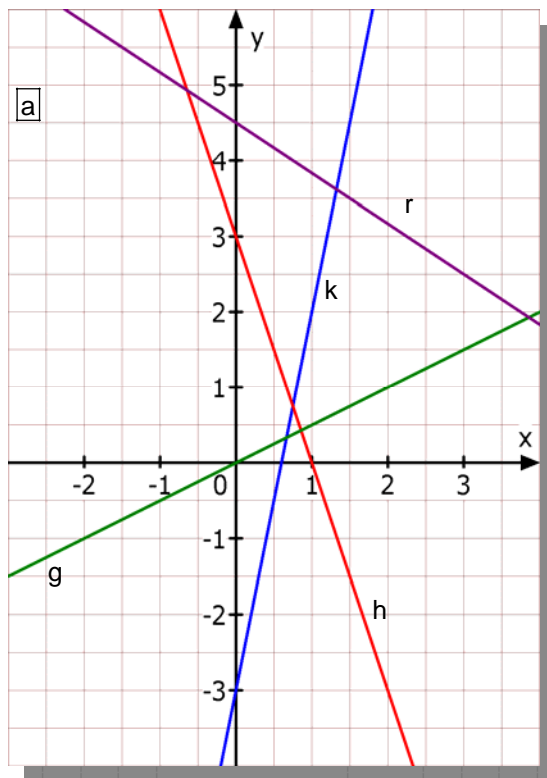
- a) $g_1: y = -3x$ $g_2: y = x + 3$ $g_3: y = 2x + 1$
 $g_4: y = 2x - 6$ $g_5: y = -3x + 5$ $g_6: y = 4$
 $g_7: y = x$ $g_8: y = 2x + 4$ $g_9: y = -x + 5$
- b) $g_1: y = -x + 5$ $g_2: x = 15$ $g_3: y = x + 12$
 $g_4: y = \frac{1}{2}x - 2$ $g_5: y = -\frac{1}{2}x + 5$ $g_6: y = \frac{1}{2}x + 3$
 $g_7: y = -2$ $g_8: y = 3x + 3$ $g_9: y = 12 - x$
- c) $g_1: 4x + y = 3$ $g_2: x - 8 = 0$ $g_3: 2x + 3y = 0$
 $g_4: 2x + y = 4$ $g_5: y = -\frac{2}{3}x + 1$ $g_6: x = \frac{1}{4}y + 2$
 $g_7: 4x + 2y - 5 = 0$ $g_8: 6 - y = 0$ $g_9: 2x + 3y = 5$

Aufgabe 18 Es geht um Gleichungen der Form $ax + by + c = 0$

- a) $x = 2y - 4$ b) $\frac{2x + 3y}{5} = 0$ c) $2(x + 3) = 4(y + 1)$



Aufgabe 19 Stelle die Gleichungen der dargestellten Geraden auf.



Aufgabe 20 Mit vier Punktepaaren wird jede der 4 Methoden getestet.

- Gegeben: (a) $P_1(2 | -\frac{4}{3})$ und $P_2(-2 | \frac{11}{3})$ (b) $C(7 | 2,5)$ und $D(3,5 | 2)$
 (c) $A(\frac{3}{2} | \frac{7}{2})$ und $Z(4 | -\frac{2}{3})$ (d) $A(-\frac{1}{2} | -\frac{87}{8})$ und $B(\frac{4}{3} | -\frac{27}{4})$.

Stelle jeweils die Geradengleichung auf, und zwar mit jeder der vier Methoden. Diese Übung zeigt dir, welche Vor- und Nachteile diese Methoden haben.

Methode 1: Zuerst wird die Steigung berechnet und dann zusammen mit einem der beiden Punkte in die Punkt-Steigungsform eingesetzt

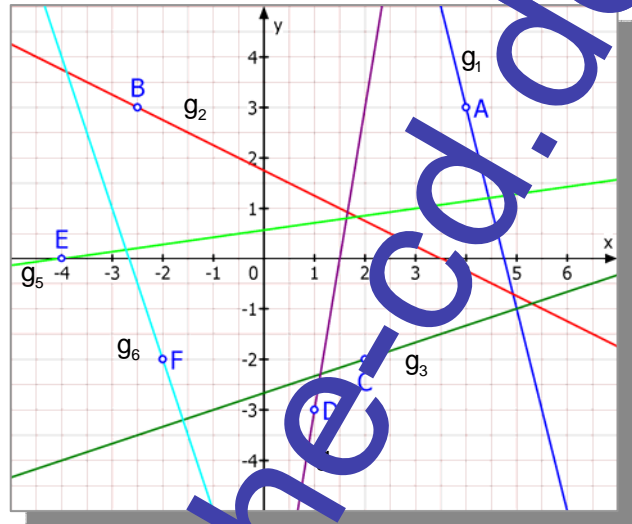
Methode 2: Zuerst wird die Steigung berechnet und dann zusammen mit einem der beiden Punkte in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + n$ eingesetzt.

Methode 3: Man verwendet die „Zweipunkteform“.

Methode 4: Man setzt in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + n$ der Reihe nach beide Punkte ein. So entstehen zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten m und n .

Aufgabe 21

Bei den dargestellten Geraden ist der y-Achsenabschnitt nicht genau oder gar nicht ablesbar. Verwende den angegebenen Punkt und suche einen zweiten gut ablesbaren Punkt, um damit wie oben gezeigt, die Geradengleichung aufzustellen.

**Aufgabe 22**

Gegeben sind die Steigung und ein Punkt der Geraden. Stelle die Geradengleichung auf.

- | | | | | | |
|----|---------------------|---------------------------------|----|--------------------|------------|
| a) | $m = -3$ | $P_1(3 1)$ | b) | $m = 2$ | $A(-3 2)$ |
| c) | $m = \frac{3}{5}$ | $B(-10 -6)$ | d) | $m = -\frac{2}{3}$ | $C(-4 -2)$ |
| e) | $m = -\frac{3}{11}$ | $C(\frac{2}{3} -\frac{5}{3})$ | f) | $m = \frac{1}{4}$ | $M(-2 3)$ |

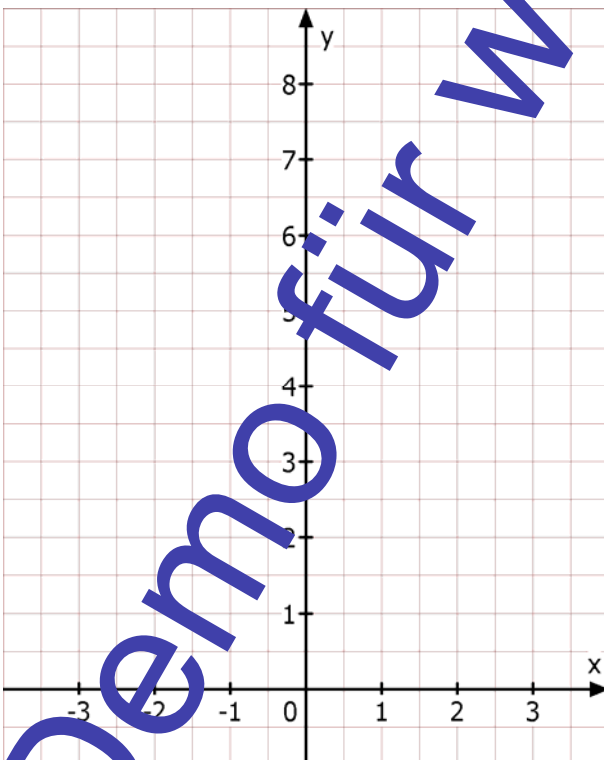
Aufgabe 23

Gegeben sind die Steigung und ein Punkt der Geraden. Stelle die Geradengleichung auf.

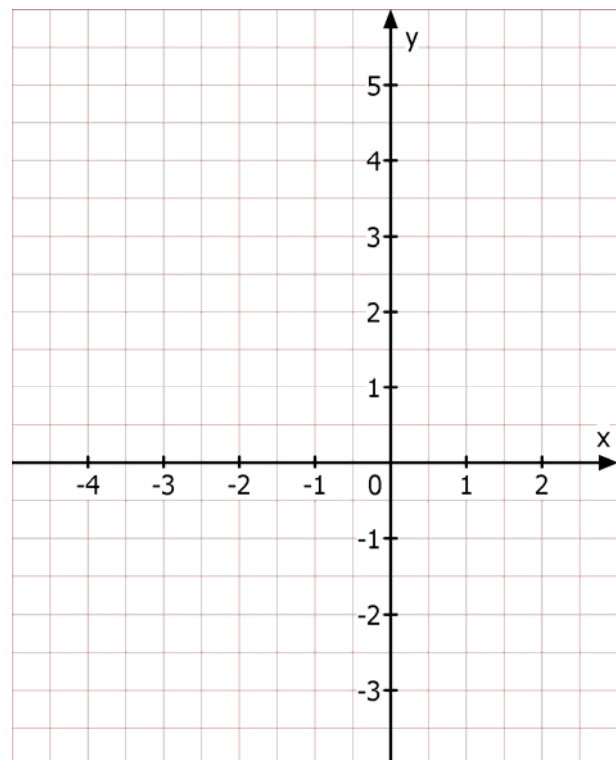
Zeichne die Geraden.

- | | | | | | |
|----|--------------------|-----------|----|----------|--------------------------------|
| a) | $m = 1$ | $F(-2 3)$ | b) | $m = 4$ | $O(0 0)$ |
| c) | $m = -\frac{4}{5}$ | $R(0 6)$ | d) | $m = -2$ | $A(0 -2)$ |
| e) | $m = -1$ | $B(0 0)$ | f) | $m = 0$ | $P(\frac{3}{4} \frac{7}{3})$ |

Für a, b und c:



Für d, e und f:



Aufgabe 24 Stelle die Geradengleichung auf.

a) $P_1(2|3); P_2(7|8)$

b) $P_1(-2|3); P_2(7|-8)$

c) $A(0|\frac{3}{2}); B(-\frac{5}{2}|3)$

d) $A(\frac{1}{2}|\frac{2}{3}); B(\frac{7}{3}|\frac{5}{2})$

Aufgabe 25

Stelle die Gleichung der Geraden auf, die durch die angegebenen Punkte gehen.

Zeichne dann die Gerade auf Grund der Gleichung und trage in a) bis e) die gegebenen Punkte ein.

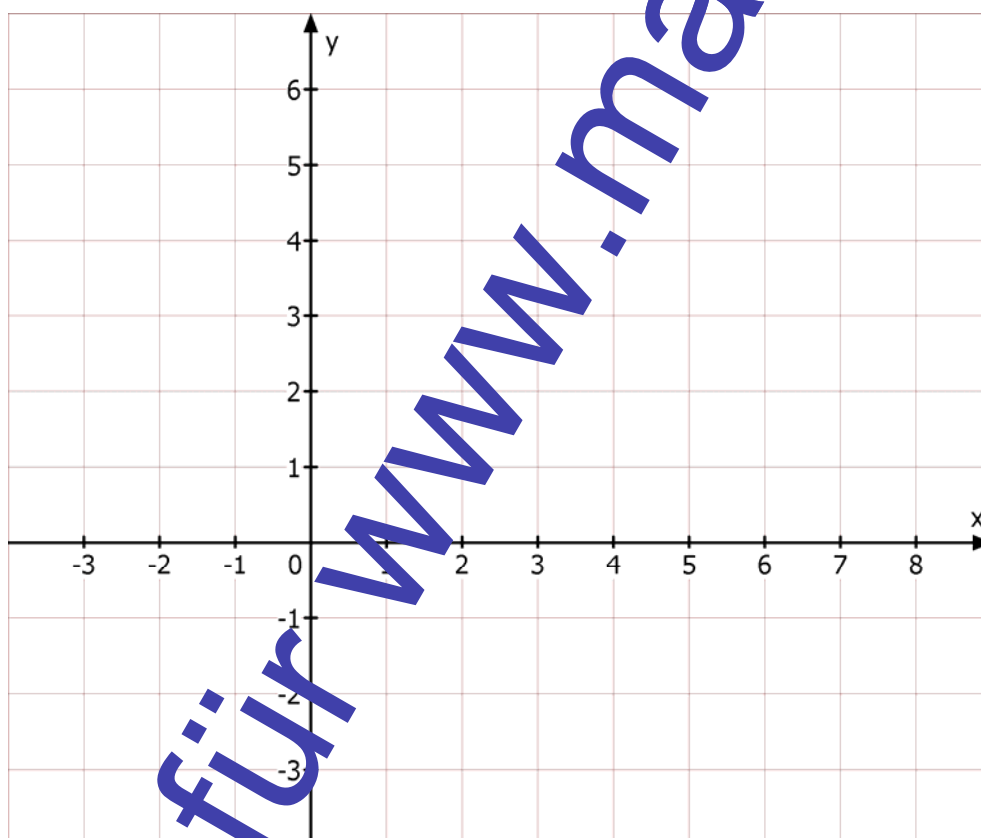
(Dies ist dann eine Kontrolle darüber, ob die Gleichung stimmt.)

a) $A(-3|2); B(5|6)$

b) $C(7|-2); D(1|3)$

c) $E(-2|-3); F(8|-1)$

Gemeinsames Achsenkreuz

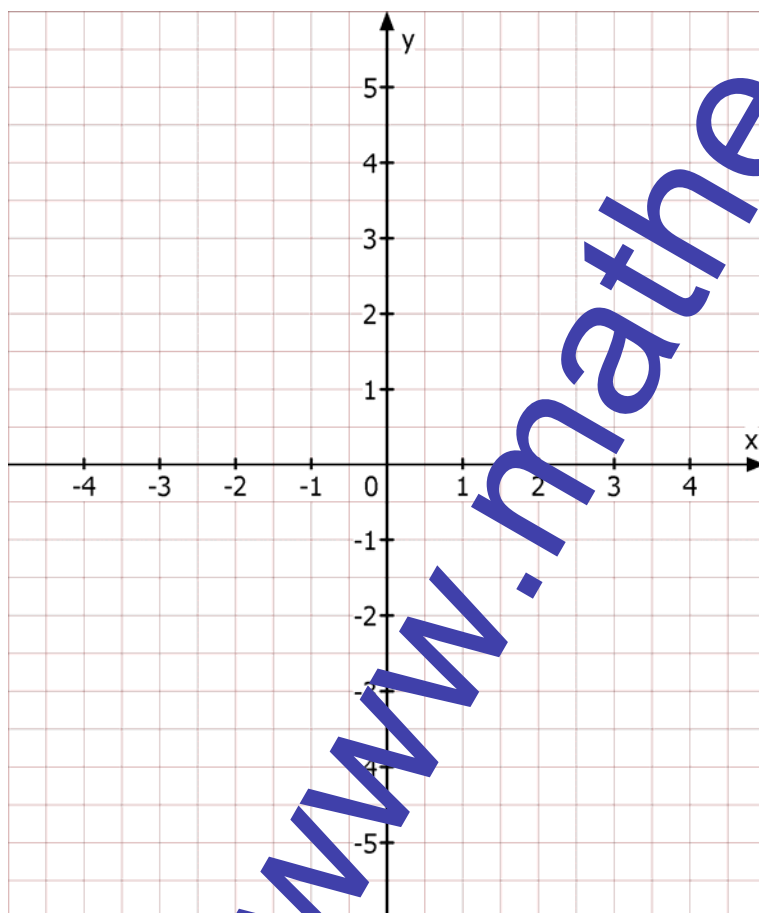


Zu Aufgabe 25:

d) $P(3\frac{1}{3} | 5); Q(-2 | -1)$

e) $R(\frac{7}{4} | -\frac{3}{2}); S(\frac{4}{3} | -5)$

} Gemeinsames Achsenkreuz

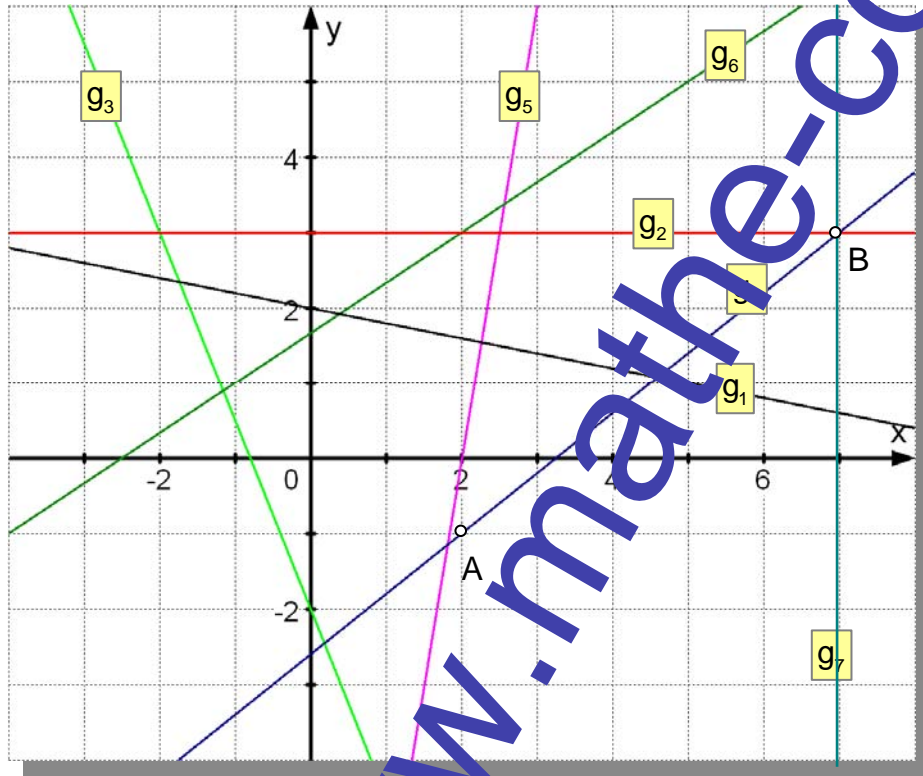


Aufgabe 26

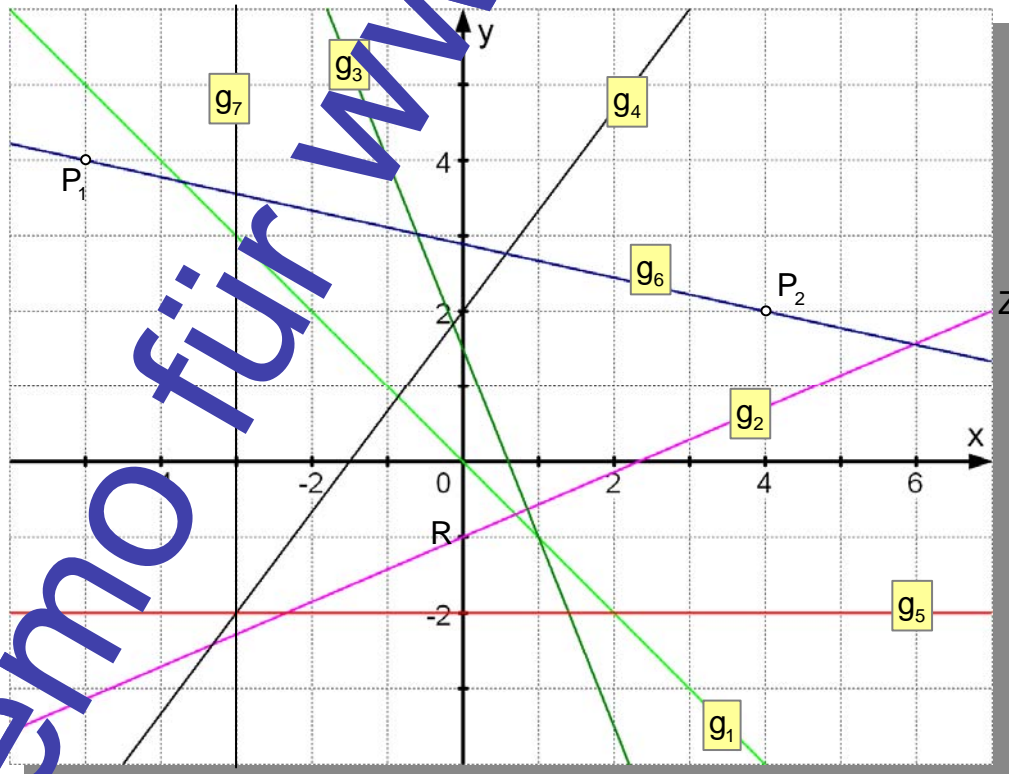
Gib an, welche Gleichungen die im Schaubild dargestellten Geraden haben.

Berechne dazu aus zwei Punkten die Steigung und ermittle den y-Achsenabschnitt.

a)



b)

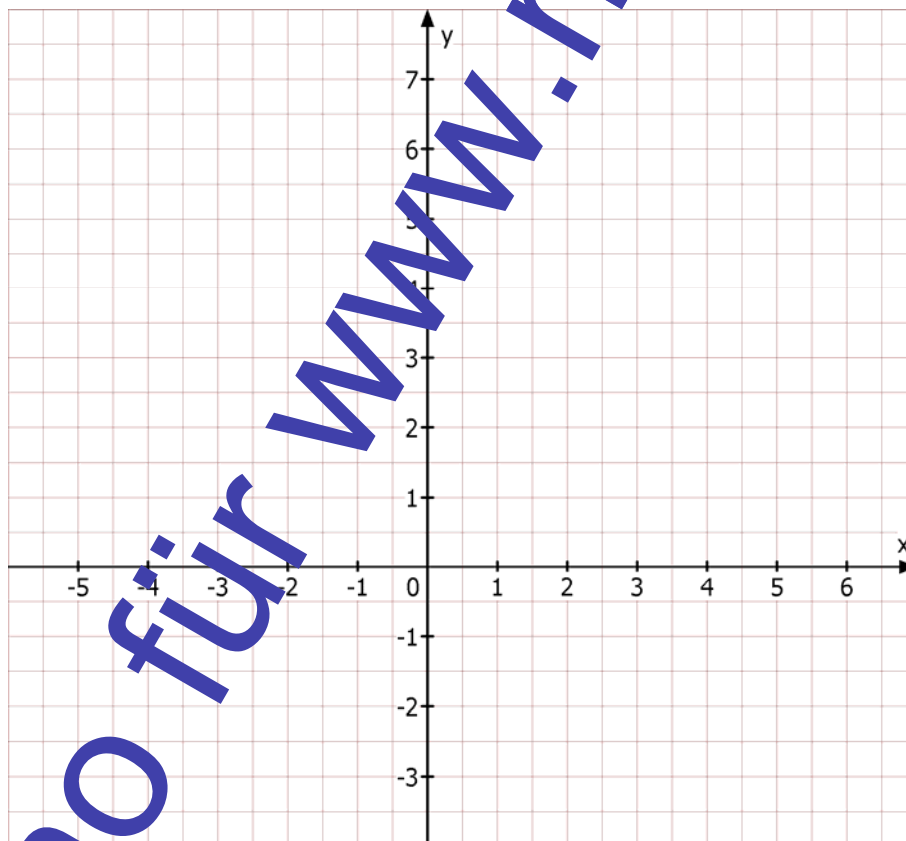


Aufgabe 27

- a) Welcher der Punkte $A(3|\frac{7}{2})$, $B(-1|6)$ liegt auf der Geraden g mit $y = -\frac{3}{4}x + \frac{23}{4}$?
- b) Überprüfe, ob $A(3|2)$, $B(-1|\frac{1}{2})$ und $C(-6|-1)$ ein Dreieck bilden.
- c) Überprüfe, ob $A(-3|3)$, $B(-1|-1)$ und $C(1|-4)$ ein Dreieck bilden.
- d) Bestimme y so, dass $A(5|2)$, $B(1|-1)$ und $C(-2|y)$ kein Dreieck bilden.
- e) Für welches x bilden $P(-1|3)$, $Q(x|-2)$ und $R(4|1)$ kein Dreieck.

Aufgabe 28

- a) Die Gerade g sei parallel zu $h: y = \frac{1}{2}x + 1$ und soll durch $A(-3|4)$ gehen. Welche Gleichung hat g ?
- b) Gegeben ist g durch $y = -\frac{3}{5}x$. Welche Gleichung hat die Parallele h zu g durch $Z(5|\frac{1}{2})$?
- c) Gegeben ist die Gerade $k: y = 4$. Welche Gleichung hat die Parallele g zu k durch $Z(5|\frac{1}{2})$?

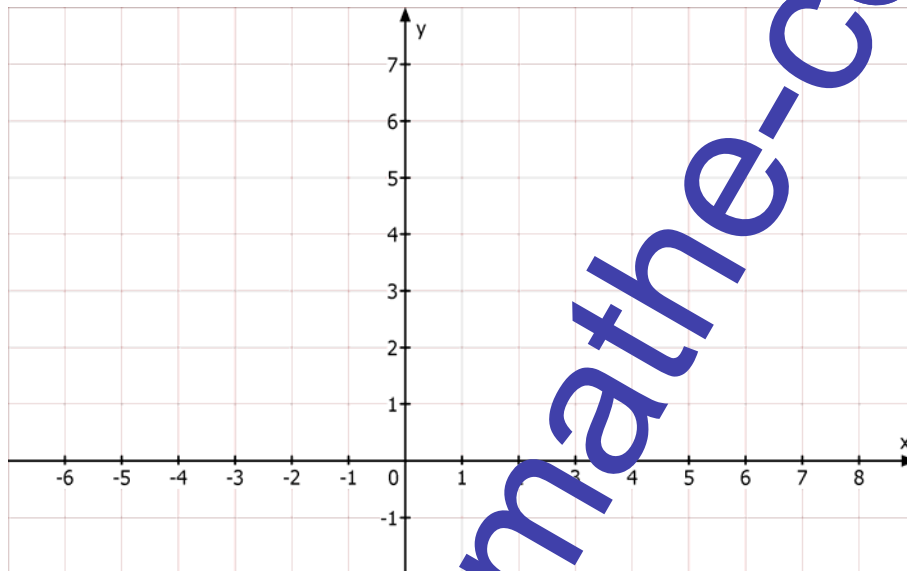


Aufgabe 29

- a) Gegeben ist ein Dreieck ABC durch $A(-3|3)$, $B(5|3)$ und $C(1|-1)$.

Zu jeder Dreiecksseite gibt es eine Parallele durch die gegenüberliegende Ecke.

Stelle die Gleichungen dieser drei Geraden g , h und k auf.



- b) Gegeben ist ein Dreieck ABC durch $A(-2|0)$, $B(2|4)$ und $C(0|-3)$.

Berechne die Mittelpunkte der Dreiecksseiten: M_{AB} , M_{AC} , M_{BC} .

Verbindet man diese drei Mittelpunkte, entsteht ein kleines Dreieck im Innern des gegebenen großen Dreiecks.

Zeige, dass die neuen Dreiecksseiten parallel zu den Seiten des gegebenen sind.

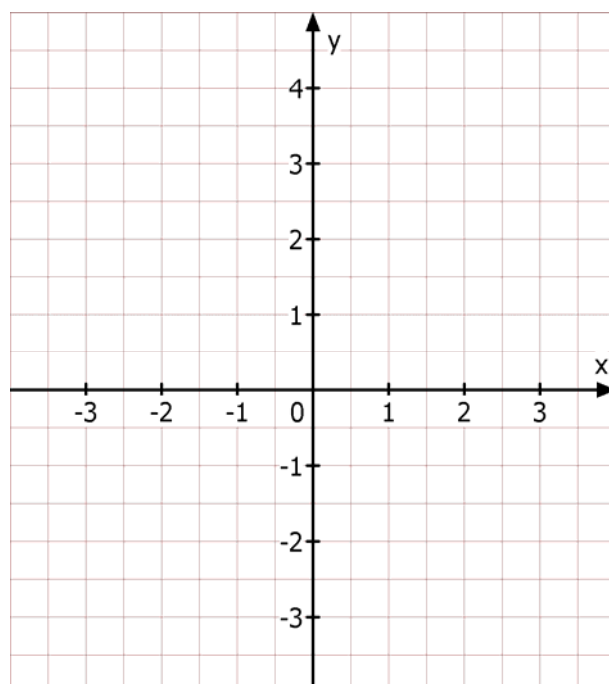
Zeichne beide Dreiecke in ein geeignetes Koordinatensystem.

Hilfe:

Für den Mittelpunkt zweier Punkte

$P_1(x_1 | y_1)$, $P_2(x_2 | y_2)$ gilt die Formel:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \mid \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

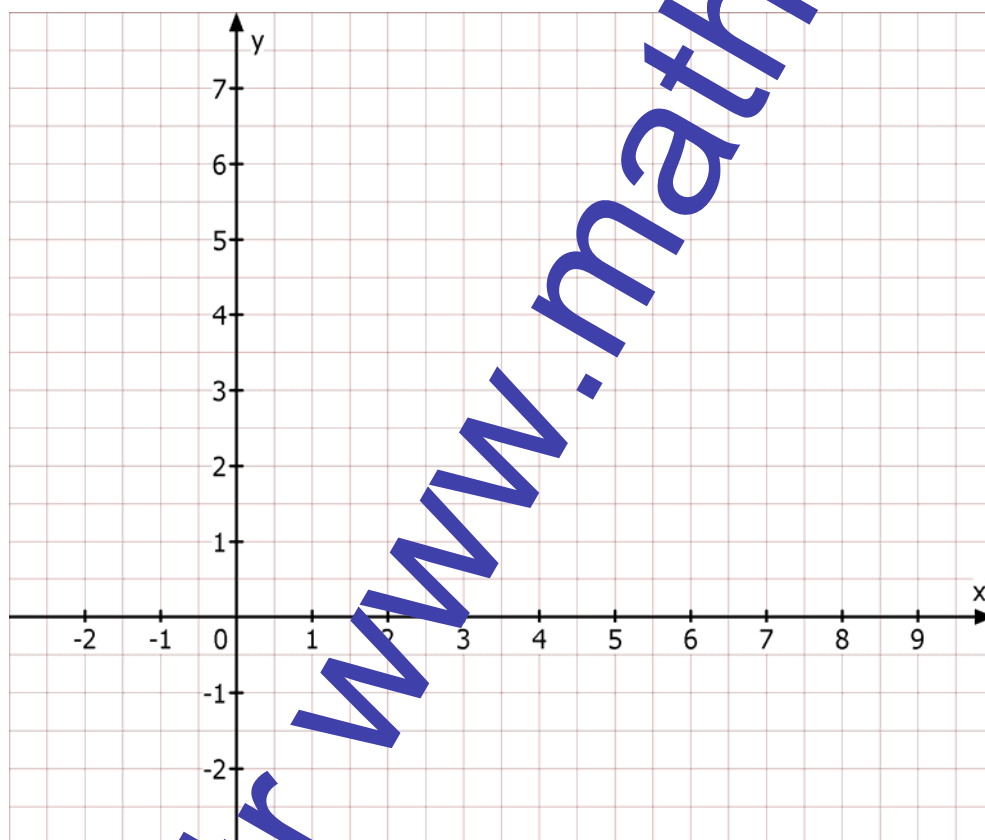


Aufgabe 30

- a) Fälle von $A(-1|3)$ das Lot auf $g: y = 3x - 5$. Berechne die Gleichung der Lotgeraden.
- b) Fälle von $A(\frac{1}{2}|-2)$ das Lot auf $g: y = \frac{2}{3}x + 1$. Berechne die Gleichung der Lotgeraden.
- c) Fälle von $Q(-3|-1)$ das Lot auf $g: y = -\frac{1}{4}x + 3$. Berechne die Gleichung der Lotgeraden.

Aufgabe 31

Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(-2|-2)$, $B(9|3)$ und $C(7|7)$.
Fälle von jedem Eckpunkt das Lot auf die Gegenseite.

**Aufgabe 32**

Fälle von $P(2|4)$ das Lot L auf die Gerade $g: y = -\frac{4}{3}x - 2$.

Anschließend stelle die Gleichung der Geraden h auf, die durch P geht und auf der Geraden L senkrecht steht.

Was kann man auf Grund der Rechenergebnisse über g und h aussagen?

Aufgabe 33 Berechne die Schnittpunkte dieser Geraden.

a) $g: y = 3x - 4$ und $h: y = -\frac{1}{2}x + 3$

b) $g: y = \frac{1}{4}x - 2$ und $h: y = -\frac{3}{4}x + 2$

c) $g: y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{2}$ und $h: y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$

d) $g: y = -3x + 4$ und $h: y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{2}$

e) $g: y = -\frac{5}{3}x + 1$ und $h: y = -\frac{5}{3}x - 1$

f) $g: y = -\frac{5}{3}x + 1$ und $h: y = \frac{3}{5}x - 3$

g) $g: y = -\frac{5}{3}x + 1$ und $h: y = -2$

h) $g: y = -\frac{3}{2}x + 4$ und $h: x = 3$

Aufgabe 34 Berechne die Schnittpunkte dieser Geraden

a) $g: y = 3x - 5$ und $h: y = \frac{3}{2}x - 2$

b) $g: y = \frac{1}{2}x - 2$ und $h: y = -x + \frac{5}{2}$

c) $g: y = -\frac{2}{3}x + 1$ und $h: y = \frac{4}{3}x + 4$

d) $g: y = -3x + 4$ und $h: y = -x - 1$

e) $g: y = -\frac{4}{6}x + 3$ und $h: y = -\frac{2}{3}x - 1$

f) $g: y = \frac{4}{5}x - 2$ und $h: y = -\frac{5}{4}x - 1$

g) $g: y = \frac{3}{5}x + 1$ und $h: y = \frac{1}{2}$

h) $g: y = -\frac{5}{2}x + 4$ und $h: x = 1$

Aufgabe 35

Berechne die Schnittpunkte der folgenden Geraden ohne die Gleichungen nach y oder x aufzulösen (keine Zeichnung):

a) $g: 2x + 3y = 6$ und $h: 4x - 2y = -1$

b) $g: -2x + 5y = 1$ und $h: 3x + 4y = 10$

c) $g: 4x - 2y = 3$ und $h: x + 3y = 5$

d) $g: 3x - 2y = 1$ und $h: 2x + 3y = 1$

e) $g: 4x - 2y = 1$ und $h: 2x - 3y = -4$

f) $g: -2x + 3y = 1$ und $h: 3x - 4y = -2$

g) $g: 3x - 6y = 1$ und $h: -2x + 4y = 5$

h) $g: 2x + 3y = 1$ und $h: 3x - 2y = 5$

Aufgabe 36

Berechne die Schnittpunkte mit dem Einsetzungsverfahren.

a) g: $x + 2y = 8$

b) g: $y = -6x + 2$

c) g: $x - 2y = 8$

h: $y = -\frac{1}{4}x + 3$

h: $-2x + 3y = 12$

h: $3x + 5y = 2$

Aufgabe 37

Berechne die Schnittpunkte der folgenden Geraden ohne die Gleichungen nach y oder x aufzulösen (keine Zeichnung):

a) g: $2x + 3y = 6$ und h: $4x - 2y = -1$

b) g: $-2x + 5y = 1$ und h: $3x + 4y = 10$

c) g: $4x - 2y = 3$ und h: $-6x + 3y = 5$

Aufgabe 38

Berechne die Schnittpunkte der folgenden Geraden ohne die Gleichungen nach y oder x aufzulösen (keine Zeichnung):

a) g: $4x + 2y = 1$ und h: $2x - 3y = -4$

b) g: $-2x + 3y = 1$ und h: $3x - 4y = -2$

c) g: $3x - 6y = 1$ und h: $4x - 2y = 5$

Nur auf der Mathe-CD:

Lösungen

Demo für www.mathe-cd.de